UE	Heures	Pré-requis	Objectifs/ Compétences	Programme
S1 Analyse 1 8 ECTS	**CM** 26h **TD** 54h	Programme Spécialités Mathématiques en Terminale	L'objectif de cette UE est d'avoir un niveau suffisant en analyse pour aborder le cours d'Analyse 2 du S2. Plus précisément, un étudiant ayant validé cette UE doit avoir des notions claires sur la partie nombres réels, connaître les notions de borne supérieure et borne inférieure et savoir les calculer. Il doit aussi bien maitriser la notion de suite réelle (y compris les suites récurrentes), faire la différence entre une suite convergente, une suite qui a une limite infinie et une suite qui n'a pas de limite, ainsi que maitriser tous les critères qui permettent d'établir si une suite est convergente ou pas. A la fin de la deuxième partie de cette UE qui porte sur les fonctions réelles, les étudiants doivent bien connaître les fonctions usuelles et leurs propriétés, maitriser les notions de continuité et dérivabilité, ainsi que leurs applications.	**Chapitre 1 : Nombres réels, rationnels** Borne supérieure, inférieure Définition intervalles Partie entière, propriété d'Archimède Densité de Q et R/Q dans R **Chapitre 2 : Suites numériques** Définition d'une suite- Monotonie - suites extraites Limites- convergence-divergence Opérations algébriques Critères de convergence Suites adjacentes Suites de Cauchy Somme de Césaro Eventuellement, sous forme d'exercice, la construction de R par les suites de Cauchy de rationnels **Chapitre 3 : Fonction de R dans R** Vocabulaire application et fonction, ensemble définition, monotonie, extrémums Limites et propriétés (opérations algébriques, comparaison, composée de deux limites) Etude des branches infinies : asymptotes, direction asymptotique, branche parabolique Continuité : définition, caractérisation séquentielle de la continuité, propriétés, opérations algébriques, continuité à droite ou à gauche, composée de deux fonctions, th des VI, th de la bijection, th des VI généralisé, th du point fixe Image d'un intervalle par une fonction continue, d'un intervalle fermé borné Dérivabilité : définition, opérations algébriques, fonction composée, théorème de dérivabilité pour une fonction réciproque, tangente à une courbe, convexité Formule de Leibniz, conditions nécessaires, suffisantes d'extremum Suite récurrentes dont $u_{n+1}=f(u_n)$ **Chapitre 4 : Étude des fonctions classiques** Fonctions circulaires : sinus, cosinus, tangente en montrant la continuité et la dérivabilité Fonctions circulaires réciproques Fonction logarithme (définie comme une fonction dont la dérivée est sur R+* : x donne 1/x) et log base a Fonction exponentielle (définie comme réciproque du logarithme) et exp base a Fonctions puissances Croissances comparées Fonctions hyperboliques
S1 Arithmétique 4 ECTS	**CM** 12h **TD** 28h	Programme Spécialités Mathématiques en Terminale	L'objectif est de faire une première incursion dans le domaine de l'arithmétique (des entiers et des polynômes) et dans celui des structures algébriques (groupes, anneaux, corps). Au passage, une construction des ensembles de nombres classiques (N, Z, Q, ...) sera formalisée. A la fin du semestre, l'étudiant sera capable : -de manipuler différents exemples de structures algébriques -de manipuler les concepts arithmétiques (division euclidienne, pgcd, ppcm, premiers, ...) tant sur les entiers que sur les polynômes -de décomposer des fractions en éléments simples -de produire des raisonnements adaptés dans ces contextes.	**Chapitre 1 : Lois de compositions** : Définition d'un groupe, sous groupe, d'un anneau, d'un corps (seulement les définitions et des exemples, on peut parler du groupe symétrique pour préparer le déterminant en L2) **Chapitre 2 : Arithmétique dans N et dans Z** Enoncé axiomes de Péano, définition somme, produit, introduire la définition de groupe pour dire que (Z,+) est un groupe Démonstration théorèmes de récurrence qui ont été vus dans l'UE Ensembles et nombres complexes Relation d'ordre sur N (en explicitant réflexive, antisymétrique et transitive), Définition de Z à l'aide de la relation d'équivalence sur NxN (on en profite pour dire ce qu'est une relation d'équivalence, une classe d'équivalence et on laisse les exercices pour l'UE Ensembles et nombres complexes), addition, multiplication sur Z, relation ordre, divisibilité dans Z. On peut donner la définition d'anneau pour montrer que (Z,+,x) est un anneau. Expliquez qu'il n'y a pas d'inverse pour tous les entiers non nuls (excepté 1 et -1), en profiter pour donner la définition de corps. ion d'un sous groupe pour parler des sous groupes de (Z,+) : les nZ Z/nZ (remarquer le lien avec une relation d'équivalence définie à partir d'un sous groupe d'un groupe, ici nZ et Z qui donne la congruence en lien avec le cours Ensembles et Nombres complexes), congruence Nombres premiers, propriétés, ensemble des nombres premiers est infini Définir les diviseurs de zéro, un corps n'a pas de diviseur de zéro Théorème : si Z/nZ est un corps alors n est premier (en utilisant les diviseurs de zéro) PGCD (existence utilise encore la notion de sous groupe de (Z,+)), corollaire : Z/nZ est un corps ssi n est premier, algorithme d'Euclide Nombres entiers premiers entre eux, théorème de Bézout, de Gauss, lemme euclide Résolution des équations diophantiennes PPCM Théorème fondamental de l'arithmétique **Chapitre 3 : Polynômes** : factorisation d'un polynôme, th de D'Alembert Gauss (admis), Aspect arithmétique **Chapitre 4 : Fractions rationnelles** : décomposition en éléments simples avec de nombreux exercices en TD
S1 Ensembles et Nombres complexes 5 ECTS	**CM** 16h **TD** 34h	Programme Spécialités Mathématiques en Terminale	L'objectif premier est de se familiariser avec les mathématiques de l'enseignement supérieur en acquérant notamment les bases de la logique mathématiques, de la théorie des ensembles et des nombres complexes. A la fin du semestre, l'étudiant sera capable : - de lire et comprendre des énoncés mathématiques divers - de produire des raisonnements mathématiques élémentaires selon diverses méthodes (récurrence, absurde, disjonction de cas...) - de manipuler les objets impliqués dans la théorie des ensembles (ensembles, fonctions, produits cartésiens, ensemble de parties...) - de manipuler les nombres complexes selon différentes approches (algébrique, géométrique, écriture polaire...)	**Chapitre 1 : Raisonner – rédigez à l'université** : **Chapitre 2 : Introduction à la théorie des ensembles** : Ensembles, sous-ensembles, intersection, union, différence symétrique ainsi que toutes les propriétés inhérentes avec leurs démonstrations Applications, injectives, surjectives, bijectives, graphe d'une application, ensembles images, images réciproques et les propriétés avec l'image directe ou réciproque d'une réunion, d'une intersection Relations d'équivalence, relations d'ordre, classe d'équivalence, exemples **Chapitre 3 : Nombres complexes** Forme algébrique, opérations, équations du second degré à coefficients réels ou complexes, représentation graphique, forme trigonométrique (module, argument et propriétés du module, de l'argument), forme exponentielle, formule de Moivre. L'utilisation des nombres complexes en géométrie sera vue au semestre 2
S2 Algèbre linéaire 1 7 ECTS	**CM** 28h **TD** 42h	Programme UE Arithmétique et UE Ensembles et nombres complexes du semestre 1	Faire comprendre la linéarité à l'aide du calcul matriciel et de la résolution de système linéaire. Acquérir les bases de la théorie des espaces vectoriels, des applications linéaires et de leur matrice associée relativement à des bases données. Exploiter les propriétés des applications linéaires, et notamment le théorème du rang, pour construire des espaces vectoriels et en estimer la dimension.	**Chapitre 1 : Matrice et systèmes linéaires** Matrices, somme, produit. Systèmes linéaires, équivalence de systèmes linéaires. Ecriture d'un système linéaire sous forme matricielle. Méthode de résolutions de systèmes linéaires. Résolution de systèmes linéaires par la méthode du pivot de Gauss (la programmer en python). Inversion d'une matrice par la méthode de Gauss-Jordan. **Chapitre 2 : Espaces vectoriels** Sous-espaces vectoriels. Intersection et somme de sous-espaces vectoriels. Somme directe. Systèmes libres. Systèmes générateurs. Bases. Dimension d'un sous-espace vectoriel Exemple d'espace vectoriel : ensemble des polynômes Exemples : Equations différentielles linéaires du 2nd ordre à coefficients constants. Suites récurrentes $u_{n+1}=a u_n$ et $u_{n+2}=a u_{n+1}+b u_n$ **Chapitre 3 : Applications linéaires** : noyau, ensemble image, théorème du rang, endomorphisme, automorphisme, isomorphisme ... Exemples : projections, symétriesnoyau, ensemble image, théorème du rang, endomorphisme, automorphisme, isomorphisme ... **Chapitre 4 : Matrices d'une application linéaire** : changement de base, exemple de changement de base donnant une matrice triangulaire ou diagonale en dim 2, 3 ou 4
S2 Analyse 2 9 ECTS	**CM** 30h **TD** 60h	Programme Analyse 1	A la fin de cette UE un étudiant doit connaître la notion de convexité et savoir l'utiliser pour montrer certaines propriétés des fonctions réelles. Les notions de dérivée et dérivabilité acquises en S1 doivent être utilisées pour montrer et appliquer des résultats classiques comme le Th. De Rolle, TAF et les formules de Taylor. On attend d'un étudiant ayant suivi cette UE de bien connaître les DL et leurs applications dans l'étude d'une fonction, ainsi que les notions de primitive et intégrale et le calcul de celles-ci, avec des méthodes spécifiques. La notion de fonctions équivalentes est un outil important qui non seulement permet de calculer des limites mais sera aussi très utile en Analyse 3 pour les convergences de séries et d'intégrales. Le dernier chapitre qui porte sur les équations différentielles est essentiel pour la suite, notamment pour le module Équations différentielles de L3 : on attend la maitrise des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et de leurs méthodes de résolution, ainsi que quelques notions sur la résolution des équations différentielles non linéaires classiques (Ricatti, Bernoulli, principalement).	**Convexité et applications** (inégalité des pentes ... etc) **Théorèmes classiques** : Théorème de Rolle, des accroissements finis, règle de l'hospital **Formules de Taylor** **Développements limités** (utilisation de la notation epsilon et o, la notation O est hors programme) **Etude locale d'une fonction** : position par rapport à la tangente, développement asymptotique (position par rapport à l'asymptote) **Equivalents** **Intégration :** primitives, techniques de recherche de primitives. Revision de la décomposition en éléments simples d'une fonction rationnelle. Enoncé du Théorème fondamental du calcul intégral (Si une fonction est continue alors la fonction x donne l'intégrale de f entre a et x est dérivable, de dérivée f(x)). **Equations différentielles ordinaires,** équations différentielles autonomes d'ordre 1 ($x'(t) = f(x(t))$) non linéaire, Ricatti, Bernouli.
S2 Mathématiques discrètes et Géométrie 5 ECTS	**CM** 16h **TD** 34h	Programme Spécialités Mathématiques en Terminale	Savoir manipuler des sommes Connaitre les bases des probabilités sur un ensemble fini Résoudre des problèmes géométriques à l'aide des nombres complexes Déterminer des barycentres	Combinatoire énumérative Manipulation de sommes, sommes doubles, formule du binôme Probabilité sur un ensemble fini Géométrie du triangle (angles, médiatrices, bissectrices, hauteurs, médianes, autres points remarquables, quelques théorèmes, théorème de l'angle au centre, cocyclicité...) Nombres complexes en géométrie (identification points du plan et vecteurs du plan avec les nombres complexes, lien angle et rapport, distance complexe, produit scalaire, équations de droites, de cercles, similitudes, le tout en termes de nombres complexes...) Barycentres (en dim 2 et 3 principalement, points d'une droite, d'un segment, isobarycentre)