Première année de licence de mathématiques
Programme en mathématiques
À partir de 2022

Prérequis : Programme Spécialités Mathématiques en Terminale.

UE	Crédits	Heures	Programme
Ensembles et Nombres complexes Prérequis : Programme Spécialités Mathématiques en Terminale	5 ECTS	**CM** 16h **TD** 34h	Raisonner – rédigez à l'université : **4h**
			Introduction à la théorie des ensembles : **8h** Ensembles, sous ensemble, intersection, union, différence symétrique et toutes les propriétés avec démonstrations, applications, injectives, surjectives, bijectives, graphe d'une application, ensembles images, images réciproques et les propriétés avec l'image directe ou réciproque d'une réunion, d'une intersection, Relations d'équivalence, relations d'ordre, classe d'équivalence (on les redéfinirait et ferait des exercices pour des relations quelconques)
			Nombres complexes : **4h** Forme algébrique, opérations, équations du second degré à coef réels ou complexes, représentation graphique, forme trigonométrique (module, argument et propriétés du module, de l'argument), forme exponentielle, formule de Moivre. J'arrêterai là et mettrais au S2 utilisation des complexes en géométrie.
Mathématiques discrètes et Géométrie Prérequis : Programme Spécialités Mathématiques en Terminale	5 ECTS	**CM** 16h **TD** 34h	Combinatoire énumérative
			Manipulation de sommes, sommes doubles, formule du binôme Probabilité sur un ensemble fini
			Géométrie du triangle, application des nombres complexes en géométrie, plus les barycentres, sans trop pousser sur la géométrie affine, mais en se concentrant sur les sous-espaces affines en parallèle des sous-espace vectoriels qui seraient vus dans l'autre UE
Arithmétique Prérequis : Programme Spécialités Mathématiques en Terminale	4 ECTS	**CM** 12h **TD** 28h	Lois de compositions - Définition d'un groupe, sous groupe, d'un anneau, d'un corps (seulement les définitions et des exemples, on peut parler du groupe symétrique pour préparer le déterminant en L2)
			Arithmétique dans N et dans Z : **10h** Enoncé axiomes de Péano, définition somme, produit, introduire la définition de groupe pour dire que (Z,+) est un groupe Démonstration théorèmes de récurrence qui auront été vu dans la mineure relation d'ordre sur N (en explicitant réflexive, antisymétrique et transitive), Définition de Z à l'aide de la relation d'équivalence sur NxN (on en profite pour dire ce qu'est une relation d'équivalence, une classe d'équivalence et on laisse les exercices pour la mineure), addition, multiplication sur Z, relation ordre, divisibilité dans Z. On peut donner la définition d'anneau pour montrer que (Z,+,x) est un anneau. Expliquez qu'il n'y a pas d'inverse pour tous les entiers non nuls (excepté 1 et -1), en profiter pour donner la définition de corps. Définition d'un sous groupe pour parler des sous groupes de (Z,+) : les nZ

			Z/nZ (on pourra leur faire remarquer le lien avec une relation d'équivalence définie à partir d'un sous groupe d'un groupe, ici nZ et Z qui donne la congruence en leur disant de voir le cours de la mineure), congruence Nombres premiers, propriétés, ensemble des nombres premiers est infini, Pour démontrer le théorème : si Z/nZ est un corps alors n est premier, on a besoin de montrer qu'un corps n'a pas de diviseur de 0 donc définir les diviseurs de 0 PGCD (existence utilise encore la notion de sous groupe de (Z,+)), corollaire : Z/nZ est un corps ssi n est premier, algorithme d'Euclide Nombres entiers premiers entre eux, théorème de Bézout, de Gauss, lemme euclide Résolution des équations diophantiennes PPCM Théorème fondamental de l'arithmétique
			Polynômes, fractions rationnelles, décomposition en éléments simples : **4h** Aspect arithmétique On peut passer pas mal de temps en Td sur la décomposition en éléments simple pour être plus rapide dans le cours et ne pas faire trop d'exemples en cours
			Nombres réels, rationnels Borne supérieure, inférieure Définition intervalles Partie entière, propriété d'Archimède Densité de Q et R/Q dans R
Analyse 1 <u>Prérequis :</u> Programme Spécialités Mathématiques en Terminale	8 ECTS	**CM** 26h **TD** 54h	Suites numériques Définition d'une suite- Monotonie - suites extraites Limites- convergence-divergence Opérations algébriques Critères de convergence Suites adjacentes Suites de Cauchy Somme de Césaro On pourra mettre un exercice sur la construction de R par les suites de Cauchy de rationnels pour les bons étudiants
			Fonction de R dans R Vocabulaire application et fonction, ensemble définition, monotonie, extrémums Limites et propriétés (opérations algébriques, comparaison, composée de deux limites) Etude des branches infinies : asymptotes, direction asymptotique, branche parabolique Continuité : définition, caractérisation séquentielle de la continuité, propriétés, opérations algébriques, continuité à droite ou à gauche, composée de deux fonctions, th des VI, th de la bijection, th des VI généralisé, th du point fixe Image d'un intervalle par une fonction continue, d'un intervalle fermé borné est un intervalle fermé borné Dérivabilité : définition, opérations algébriques, fonction composée, théorème de dérivabilité pour une fonction réciproque, tangente à une courbe, convexité Formule de Leibniz, conditions nécessaires, suffisantes d'extremum Suite récurrentes dont u_{n+1}=f(u_n)
			Étude des fonctions classiques

			Fonctions circulaires : sinus, cosinus, tangente en montrant la continuité et la dérivabilité Fonctions circulaires réciproques Fonction logarithme (définie comme primitive de x donne 1/x) et log base a Fonction exponentielle (définie comme réciproque du logarithme) et exp base a Fonctions puissances Croissances comparées Fonctions hyperboliques
Analyse 2 <u>Prérequis :</u> Programme Analyse 1	9 ECTS	**CM** 30h **TD** 30h	Convexité et applications (inégalité des pentes … etc)
			Théorème de Rolle, des accroissements finis, règle de l'hospital
			Formules de Taylor
			Développements limités (utilisation de la notation epsilon et o, la notation O est hors programme)
			Etude locale d'une fonction, position par rapport à la tangente, développement asymptotique (position par rapport à l'asymptote)
			Equivalents Intégration, primitives, techniques de recherche de primitives On reprend la Décomposition en éléments simples
			Equations différentielles ordinaires, equa diff autonom d'ordre 1 (x'(t) = f(x(t))) non linéaire, Ricatti, Bernouli
Algèbre linéaire 1 <u>Prérequis :</u> Programme Arithmétique du semestre 1 et Ensembles et nombres complexes	7 ECTS	**CM** 28h **TD** 42h	Espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels. Intersection et somme de sous-espaces vectoriels. Somme directe. Systèmes libres. Systèmes générateurs. Bases. Dimension d'un sous-espace vectoriel. Reparler des polynômes en exemple d'espace vectoriel Exemples : Equations différentielles linéaires du 2nd ordre à coefficients constants. Suites récurrentes u_n+1=au_n et u-n+2=au_n+1+bu_n
			Matrices, somme, produit Ecriture d'un système linéaire sous forme matricielle Méthode de résolution d'un système linéaire Résolution de systèmes linéaires ou Inversion d'une matrice par la méthode de Gauss-Jordan ou pivot de Gauss (la programmer en python)
			Applications linéaires, noyau, ensemble image, théorème du rang, endomorphisme, automorphisme, isomorphisme …
			Matrices d'une application linéaire, changement de base, exemple de changement de base donnant une matrice triangulaire ou diagonale en dim 2, 3 ou 4