

Licence 2 de Mathématiques
Programme en mathématiques
À partir de 2022

UE	Crédits	Heures	Objectifs/compétences	Programme	Méthodes d'enseignement
Algèbre linéaire 2 <u>Prérequis</u> : UE Algèbre linéaire 1, la partie polynôme de l'UE Cryptologie	6 ECTS	CM 24h TD 34h Innovants 8h	<p>Se servir aisément des bases de logiques pour organiser un raisonnement mathématique et rédiger de manière synthétique et rigoureuse.</p> <p>Résoudre des systèmes d'équations linéaires de façon exacte et par des méthodes numériques</p> <p>Résoudre des systèmes d'équations linéaires de façon exacte et par des méthodes numériques</p>	Groupe symétrique- Décomposition d'une permutation	<p>Les cinq premiers points du programme seront vus en cours classique (CM, TD) les deux derniers points seront traités en pédagogie innovante, le dernier de ceux-ci étant traité en situation devant ordinateur : CM 4h et TP 8h.</p>
				Formes multilinéaires	
				Déterminants : construction en tant que forme multilinéaire alternée, propriétés utiles pour le calcul du déterminant.	
				Dualité en dimension finie : crochet de dualité, dual d'un espace vectoriel, base duale, bidual d'un espace vectoriel, sous espaces orthogonaux, transposée d'une application linéaire et lien avec le déterminant, propriétés particulières dans le cas des espaces de dimension finie.	
				Réductions des endomorphismes : vecteurs propres, valeurs propres, polynôme caractéristique et polynôme minimal, diagonalisation, trigonalisation	
				Matrices symétriques, normes matricielles.	
				Résolution de systèmes linéaires : <ul style="list-style-type: none"> - Méthodes directe (Gauss) et itératives (Choleski, Gauss-Seidel, Jacobi) - Méthode du gradient conjugué. 	
Analyse 2	7 ECTS			Équivalents	Cours intégré - Cours inversé pour un chapitre

<p><u>Prérequis</u> : UE Mathématiques du semestre 1 et UE Analyse 1</p>		<p>CM 28h TD 34h Innovants 8h</p>	<p>Être capable de trouver des équivalents et savoir les utiliser,</p> <p>Comprendre la différence entre la continuité et la continuité uniforme,</p> <p>Connaître les grandes lignes de la théorie de l'intégrale de Riemann,</p> <p>Savoir étudier la convergence des séries numériques et des intégrales généralisées.</p>	<p>Continuité uniforme</p> <p>Théorème fondamentale du calcul intégral (Si une fonction est continue alors $x \rightarrow \int_a^x f(t)dt$ est dérivable, de dérivée $f(x)$).</p> <p>Intégrale de Riemann</p> <p>Séries numériques, (produit de Cauchy), théorème d'Abel, séries alternées, majoration des restes</p> <p>Intégrales généralisées.</p>	<p>Travaux personnels de recherche</p>
<p>Géométrie 1</p> <p><u>Prérequis</u> : Géométrie vue au lycée, UE Algèbre linéaire 1</p>	<p>4 ECTS</p>	<p>CM 14h TD 20h Innovants 4h</p>	<p>Utiliser les propriétés algébriques, analytiques et géométriques des espaces \mathbb{R}, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3 et mettre en œuvre une intuition géométrique.</p> <p>Se servir aisément des bases de logiques pour organiser un raisonnement mathématique et rédiger de manière synthétique et rigoureuse.</p>	<p>Espaces affines : définition, sous-espaces affines, dimension, intersection, sous-espace affine engendré, parallélisme, position relative de deux sous-espaces affines</p> <p>Géométrie analytique affine : repères cartésiens, équations d'hyperplans affines, de droites affines dans un plan, de plans et de droites dans un espace affine de dimension 3, changement de repère cartésien</p> <p>Géométrie analytique affine : repères cartésiens, équations d'hyperplans affines, de droites affines dans un plan, de plans et de droites dans un espace affine de dimension 3, changement de repère cartésien</p> <p>Barycentres : définition, théorème d'associativité, coordonnées barycentriques, équation barycentrique d'un hyperplan affine</p> <p>Applications affines : définitions et propriétés, caractérisation par les barycentres, translations et homothéties, projections, affinités et symétries</p> <p>Théorèmes classiques de la géométrie affine : Thalès, Ménélaüs, Céva, Pappus, Desargues</p>	<p>La plus grande partie du cours se fera sous forme classique (cours / TD) et une petite partie sera en pédagogie inversée</p>
<p>Fonctions de plusieurs variables</p> <p><u>Prérequis</u> : UE Analyse 1</p>	<p>6 ECTS</p>	<p>CM 24h TD 26h Innovants 8h</p>	<p>Savoir reconnaître une norme, et savoir que toutes les normes sur un espace de dimension finie sont équivalentes.</p>	<p>Normes dans \mathbb{R}^n, équivalence de toutes les normes dans \mathbb{R}^n.</p> <p>Fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^p, fonctions de classe C^1.</p>	<p>Cours magistraux et TDs</p> <p>Innovation : La représentation graphique</p>

			<p>Savoir étudier la continuité des fonctions de plusieurs variables réelles et à valeurs vectorielles. Savoir vérifier si une telle fonction est de classe C^1.</p> <p>Savoir étudier les dérivées directionnelles et les dérivées partielles.</p> <p>Savoir étudier la différentiabilité d'une telle fonction.</p> <p>Savoir faire les dérivations partielles composées de telles fonctions.</p> <p>Savoir utiliser le théorème des accroissements finis pour de telles fonctions.</p> <p>Savoir utiliser le théorème de Schwarz, la formule de Taylor d'ordre deux, et la matrice Hessienne pour de telles fonctions.</p> <p>Savoir calculer des intégrales curvilignes.</p>	<p>Continuité, dérivées directionnelles, dérivées partielles, différentiabilité, dérivation partielles composées.</p> <p>Théorème des accroissements finis de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^p.</p> <p>Dérivées partielles d'ordre deux, et Théorème de Schwarz.</p> <p>Différentielles d'ordre deux.</p> <p>Formules de Taylor d'ordre deux pour les fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}.</p> <p>Courbes paramétrées et calcul d'intégrales curviligne, longueur d'une courbe paramétrée.</p>	d'exemples de telles fonctions sur ordinateur.
<p>Cryptologie</p> <p><u>Prérequis</u> : Bases de théorie des ensembles, d'analyse combinatoire et de dénombrement</p> <p>Bases en structures algébriques : groupes, anneaux, corps, morphismes</p> <p>Bases d'arithmétique : nombres premiers,</p>	3 ECTS	<p>CM 12h TD 14h (dont 6h innovantes) TP 4h (innovants)</p>	<p>Acquisition des principes généraux de la cryptographie</p> <p>Mise en œuvre de protocoles cryptographiques de base</p> <p>Acquisition de quelques principes et méthodes de cryptanalyse</p> <p>Renforcement des acquis en arithmétique de base, acquisition de la notion de polynôme et premiers exemples de structure quotient</p> <p>Mobiliser des connaissances en algèbre de base pour les mettre en œuvre d'un</p>	<p>Généralités (Histoire, contexte actuel, exemples d'utilisation ...)</p> <p>Méthodes élémentaires (chiffre de César, chiffrement par permutation, chiffre de Vigenère ...)</p> <p>Formalisation de la cryptographie (crypto-systèmes), chiffrements mono et poly-alphabétique, formalisation de la cryptanalyse et exemples (tables de fréquences, Kasiaski ...)</p> <p>Rappels et approfondissements d'algèbre : polynômes, relations d'équivalence, groupes anneaux et corps, arithmétique des entiers et des polynômes, exemples de structures quotients $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et $\mathbb{F}_p[X]/(P)$.</p>	<p>Les CM et les TD classiques seront intégrés.</p> <p>Certaines parties se feront en classe inversée.</p> <p>Les TD et les TP innovants se réaliseront à travers du travail en groupes et des séances en salle informatique.</p>

<p>divisibilité, théorèmes de Gauss, de Bezout</p>			<p>point de vue pratique dans le domaine de la cryptographie</p> <p><u>Compétences travaillées :</u> Utiliser des logiciels de calcul formel et scientifique</p> <p>Écrire et mettre en œuvre des algorithmes de base</p> <p>Traduire un problème simple en langage mathématique.</p> <p>Travailler en équipe autant qu'en autonomie et responsabilité au service d'un projet</p>	<p>Cryptographie à clé publique: principe, exemple avec le problème de factorisation (RSA) ou du logarithme discret (Diffie-Hellman, El-Gamal).</p> <p>Approfondissements parmi : signature, DES, AES.</p> <p>Algorithmique et cryptanalyse : implémentation effective d'outils permettant de casser des messages cryptés avec des méthodes mono ou poly-alphabétique (ex : chiffre de Vigenère)</p>	
<p>Probabilités 1</p> <p><u>Prérequis :</u> Probabilités du lycée. Analyse de L1. Séries, intégrales généralisées et dépendant d'un paramètre.</p>	<p>5 ECTS</p>	<p>CM 18h TD 26h TP 6h</p>	<p>Manipuler le raisonnement probabiliste (événements, conditionnement)</p> <p>Maîtriser la notion de variable aléatoire</p> <p>Connaître les principales lois discrètes et continues</p>	<p>Univers probabiliste, événements, lois de probabilité sur un univers</p> <p>Indépendance, probabilités conditionnelles, formule de Bayes</p> <p>Variables aléatoires discrètes et continues. Notion d'espérance et de variance</p> <p>Lois discrètes usuelles : uniforme, binomiale, géométrique, hypergéométrique, Poisson</p> <p>Lois continues usuelles : uniforme, normale, exponentielle...</p> <p>Similitudes discret/continu</p> <p>Générateurs de nombres aléatoires et méthodes de simulation de variables</p>	<p>Cours intégré, TP de simulation numérique</p>
<p>Analyse 3</p> <p><u>Prérequis :</u> UE Analyse 1 et 2</p>	<p>8 ECTS</p>	<p>CM 32h TD 50h</p>	<p>Savoir déterminer la nature d'une série (convergence ou non)</p> <p>Savoir déterminer la nature d'une série de fonctions.</p> <p>Savoir les conditions pour que la somme d'une série de fonctions soit continue.</p>	<p>Séries et séries de fonctions, convergence simple, normale, uniforme</p> <p>Théorème d'approximation de Weierstrass.</p> <p>Séries entières.</p> <p>Séries de Fourier.</p>	<p>Cours magistral et des TDs.</p>

			<p>Savoir les conditions pour intégrer terme à terme une série de fonctions.</p> <p>Savoir les conditions pour dériver terme à terme une série de fonctions.</p> <p>Savoir les conditions pour approcher une fonction par un polynôme.</p> <p>Savoir déterminer le rayon et le domaine de convergence d'une série entière.</p> <p>Savoir développer une fonction en série entières.</p> <p>Savoir chercher une solution sous forme de série entière d'une EDO.</p> <p>Savoir développer une fonction en séries de Fourier.</p> <p>Savoir étudier des intégrales dépendant d'un paramètre.</p>	Intégrales dépendant d'un paramètre.	
<p>Géométrie 2</p> <p><u>Prérequis</u> : Géométrie 1, UE Outils Mathématiques</p>	3 ECTS	<p>CM 12h TD 20h</p>	L'objectif est de développer la capacité de raisonner des étudiants, nous utiliserons pour cela, en particulier, la géométrie du triangle.	<p>Géométrie du triangle</p> <p>Emploi des nombres complexes en géométrie</p> <p>Groupe circulaire, homographies</p> <p>Polygones réguliers</p>	<p>Par exemple un cours magistral et des TDs, une méthode innovante, du cours intégré...</p> <p>Une grande partie de l'étude des polygones réguliers sera faite en cours intégré.</p>
<p>Problèmes Ouverts</p> <p><u>Prérequis</u> : un bac scientifique</p>	3 ECTS	<p>CM 2h TP 28h</p>	Ouvrir les étudiants aux problématiques de la recherche en mathématique. On acquerra la capacité d'étudier une question et de trouver des solutions par soi-même.	Il n'y a pas de programme	<p>Par exemple un cours magistral et des TDs, une méthode innovante, du cours intégré ...</p> <p>Le premier matin, il y aura un cours de 2 heures pour</p>

					expliquer ce qu'est la recherche en mathématique et ce que l'on attend des étudiants dans cette UE. Au cours de ces 2 heures une série de problèmes seront présentés. Il s'agira de problèmes que l'on peut comprendre sans aucune connaissance mathématique de plus que celle acquises lors d'un bac scientifique. Puis, les étudiants seront répartis en groupes pour travailler sur ces problèmes et essayer de les résoudre. Ils prépareront un exposé pour le 3 ^{ème} après-midi. Ils seront notés sur toute la durée des 3 jours de stage.
Algèbre bilinéaire <u>Prérequis</u> : Algèbre linéaire	6 ECTS	CM 24h TD 38h	Étude des bases de la géométrie euclidienne et de la géométrie hermitienne : formes bilinéaires symétriques et formes sesquilinéaires hermitiennes, produit scalaire, adjoint d'un endomorphisme, application à la classification des coniques et des quadriques. A la fin du semestre, l'étudiant - connaîtra les bases de la géométrie euclidienne et hermitienne - pourra identifier les divers types de coniques en fonction de leurs équations	Formes bilinéaires symétriques, formes quadratiques	
				Formes sesquilinéaires hermitiennes	
				Espaces euclidiens, hermitiens	
				Normes euclidiennes	
				Classification des isométries en dimension 2 et 3.	